Wahlaufgabe D

D2

(10)

a) Kongruente Seitenfläche u. Skizze

orthogonale Lage u. Skizze

$A(600|0|0)$; $E(150|0|900)$

$g(BF): \vec{x} = \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \\ 600 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$

ges.: $B(x_B|y_B|z_B)$

Lös.: wegen Lage zu A folgt: $x_B = 600$; $z_B = 0$

$\Rightarrow$ in g eingesetzt folgt:

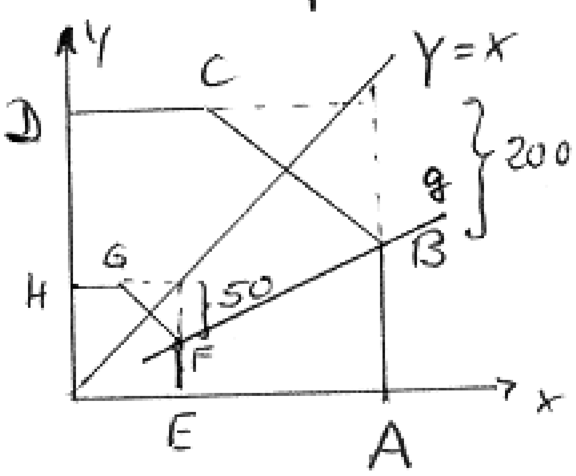
$$\begin{pmatrix} 600 \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \\ 600 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$600 = 300 + 3t \Rightarrow t = 100$

$\Rightarrow y_B = 200 + 200 = \underline{\underline{400}} \Rightarrow \underline{\underline{B(600|400|0)}}$ ✓

ges.: Nachweis für $C(400|600|0)$

Lös.:



Aufgrund der kongruenten Seitenfläche liegen B und C symmetrisch bzgl. $y=x$ ✓

ges.: Volumen des Kamins

$V = \frac{1}{3} h \left(A_G + \sqrt{A_G A_D} + A_D\right)$

$V = \frac{1}{3} \cdot 900 \left(340000 + \sqrt{A_G \cdot A_D} + A_D\right)$ ✓

GTR $V = 133\,875\,000\ mm^3$

$\underline{\underline{V \approx 134\ dm^3}}$ ✓

NR: $A_G = 600^2 - \frac{1}{2} 200^2$

$\underline{A_G = 340000}$

$F(150|y_F|900)$ in g:

$150 = 300 + 3t \Rightarrow t = -50$

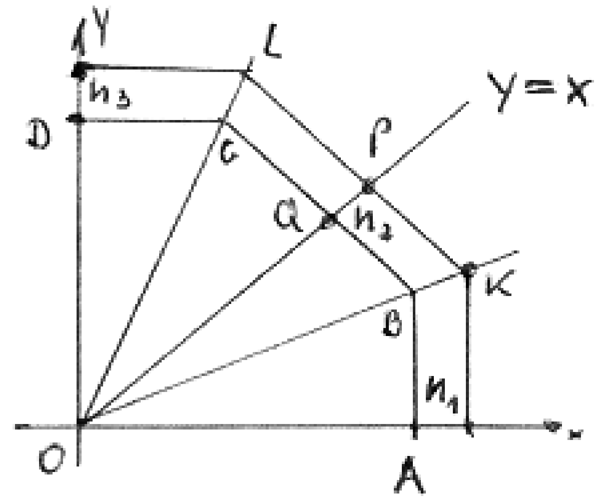
$\Rightarrow y_F = 200 - 100 = \underline{\underline{100}}$

$A_D = 150^2 - \frac{1}{2} \cdot 50^2$

$\underline{A_D = 21250}$

(4)

b)



geg.: h_1, h_2, h_3 sind Höhen der Trapeze

wegen Symm. + Aufgabe gilt:

$h_3 = h_1 \neq h_2$

mind. eine Höhe = 100 mm

h_1, h_3 liegen auf den Koord.-achsen

h_2 liegt auf $y = x$

ges.: h_1, h_2, h_3

<u>Lösung:</u> <u>Annahme:</u> $h_1 = h_3 = 100$ mm

$\Rightarrow K(700 / y_K / 0)$

$OB: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 600 \\ 400 \\ 0 \end{pmatrix}$

$K \rightarrow \begin{pmatrix} 700 \\ y_K \\ 0 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 600 \\ 400 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$ ✓ $700 = 600t \Rightarrow t = \frac{7}{6}$

$y_K = \frac{7}{6} \cdot 400 \Rightarrow \underline{y_K = 466{,}\overline{6}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{K(700 / 467 / 0)}}$ ✓

weiter gilt: $y = x$ schneidet $\overline{KL}$ in P und $\overline{BG}$ in Q

$\Rightarrow h_2 = |\overrightarrow{PQ}|$

wegen Symm. gilt für $L(467 / 700 / 0)$

3

$\Rightarrow \overline{KL}: \quad y = -x + n$

$K \rightarrow \quad 467 = -700 + n \Rightarrow n = 1167 \Rightarrow y = -x + 1167$

$\Rightarrow \overline{BG}: \quad y = -x + n$

$B \rightarrow \quad 400 = -600 + n \Rightarrow n = 1000 \Rightarrow y = -x + 1000$

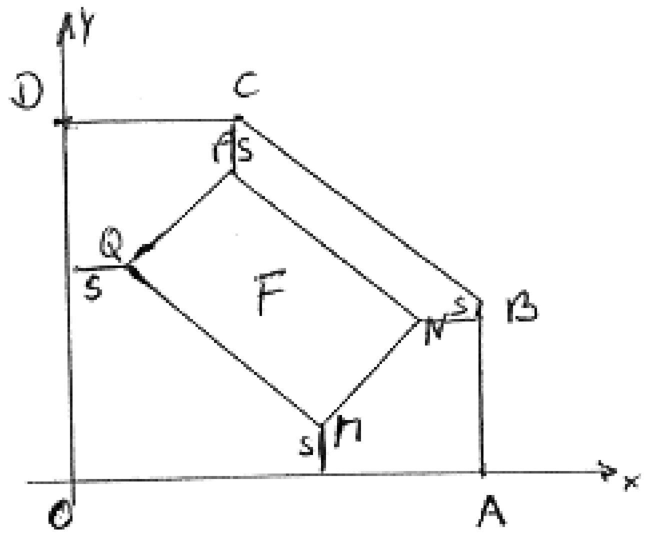
$\Rightarrow$ P und Q: $x = -x + 1167 \Rightarrow 2x = 1167 \Rightarrow x_P = 583{,}5$
$\underline{y_P = 583{,}5}$

$x = -x + 1000 \Rightarrow 2x = 1000 \Rightarrow x_Q = 500$
$\underline{y_Q = 500}$

$\Rightarrow |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(500 - 583{,}5)^2 \cdot 2} \approx \underline{\underline{118 \text{ mm}}} = h_2$ W2.2.4

✓

c)



geg.: $\overline{NP} \parallel BC$

$s = 50$ mm

ges.: $F \rightarrow$ Max

Ausschfkt: $F = f(\overline{MN}, \overline{NP}) = \overline{MN} \cdot \overline{NP}$

NR: $M(x_M \mid 50)$ und wegen $Q(50 \mid x_M)$

$N(550 \mid y_N)$ Symmetrie $P(y_N \mid 550)$

folgt:

I) $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{(550-x_M)^2+(y_N-50)^2}$

$|\overrightarrow{NP}| = \sqrt{(y_N-550)^2+(550-y_N)^2} = \sqrt{2}\cdot|(y_N-550)|$

$= \sqrt{2}\cdot(550-y_N)$

II) Gerade $\overline{MN}$ parallel zu $y=x$

$\Rightarrow y = x + n$

$\rightarrow M \rightarrow 50 = x_M + n \Rightarrow n = 50 - x_M$

$\Rightarrow y = x + (50 - x_M)$

$\rightarrow N \rightarrow y_N = 550 + 50 - x_M = 600 - x_M \Rightarrow x_M = 600 - y_N$

$\Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{(-50+y_N)^2+(y_N-50)^2} = \sqrt{2}\cdot|(y_N-50)|$

Zielfkt.: $F = f(y_N) = 2(y_N-50)(y_N-550)$

bzw.: wegen Beachtung des Betrages:

$F = f(y_N) = -2\cdot(y_N-50)(y_N-550)$

3

GTR, GRAPH: $y_N = 300$

$\Rightarrow x_M = 300$

$\Rightarrow M(300 \mid 50)$ und $Q(50 \mid 300)$

$N(550 \mid 300)$ $P(300 \mid 550)$