Prüf. LK - Ma - 2014/15 - A-Teil

1.1. $\int 2\sqrt{x^3}\,dx = 2\int x^{\frac{3}{2}}\,dx = 2\cdot\frac{2}{5}\cdot x^{\frac{5}{2}} + c = \underline{\underline{\frac{4}{5}}}\sqrt{x^5} + c$ 3.P.

1.2. $h(x) = 2x - \ln x \Rightarrow h'(x) = 2 - \frac{1}{x}$ 3.P.

$h'(1) = 2 - 1 = \underline{\underline{1}}$

1.3. y-Koord. ändert sich nicht $\Rightarrow g \parallel xz$-Ebene 2.P.

1.4. $B_t(0|t|4)$; $t > 0$; $d_t = |\overrightarrow{AB_t}| = \sqrt{(-4)^2 + t^2 + 4^2}$ (10)

$A(4|0|0)$ $\quad d_t = \sqrt{16 + t^2 + 16} = \sqrt{32 + t^2}$

$9 = \sqrt{32 + t^2}$

$81 = 32 + t^2 \Rightarrow t^2 = 49 \Rightarrow \underline{\underline{t = \pm 7}}$

2.P.

1.5. $P(E) = \frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot 1$ zuerst alle blauen, dann eine gelbe 2.P.

2.1. geg.: $f(x) = x^2 - x + 1$ Lös.: abgebildete Fkt. ist $\underline{g(x)}$

$g(x) = x^3 - x + 1$

$h(x) = x^4 + x^2 + 1$

Begründung: $f(x)$ nicht, hat nur eine Extremstelle (3)

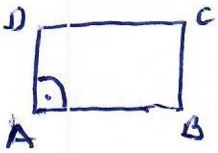
$h(x)$ nicht, hat wegen $h'(x) = 4x^3 + 2x$ und $h''(x) = 12x^2 + 2$ bei 0 ein Minimum

2.2. $\int_0^1 4x^3 + 2x\,dx = \left[x^4 + x^2\right]_0^1 = 1 + 1 = \underline{\underline{2}}$ (2)

3.1. geg.: $A(0|0|0)$; $B(4|4|2)$; $C(8|0|2)$; $D(4|-4|0)$; $S(1|1|-4)$

ges.: ABCD ist ein Rechteck, da Parallelogramm vorgegeben ist, muss nur ∟ nachgewiesen werden.

Lös.:



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad \wedge \quad \overrightarrow{AD} \circ \overrightarrow{AB} = 0$ (2)

$\begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}4\\-4\\0\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix} = 0$

wahr $\qquad 16 - 16 + 0 = 0$ wahr

$\underline{\underline{0 = 0}}$

3.2. ges.: V_{Pyr} Lös.:

$V = \frac{1}{3} A_G \cdot h = \frac{1}{3}\cdot 24\cdot\sqrt{2}\cdot|\overrightarrow{AS}| = 8\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2}$

$V = 8\sqrt{2}\cdot\sqrt{18} = \underline{\underline{48\ VE}}$ (3)

4.1. geg.: X mit

x_i	-2	1	2
$P(X=x_i)$	$0{,}25$	$0{,}25$	$0{,}5$

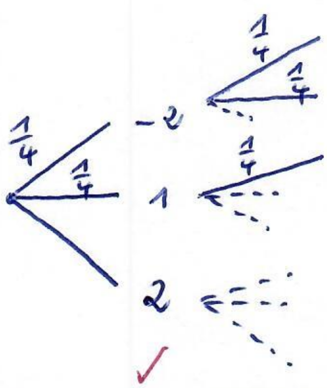
Lös.: $E(X) = -2 \cdot 0{,}25 + 1 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}5$

$= -0{,}5 + 0{,}25 + 1$

$\underline{\underline{= 0{,}75}}$

(2)

4.2.



$\Sigma = -4 \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$

$\Sigma = -1 \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$

$\Sigma = -1 \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$

$\Big\} \; \Sigma = \underline{\underline{\frac{3}{16}}}$

(3)

5.1. geg.: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

ges.: Wendepunkt

Lös.: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 11$

$f''(x) = 6x - 12$

notB: $0 = 6x - 12 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_w = 2}}$

$f'''(x) = 6$

hinB: $f'''(2) = 6 \neq 0 \Rightarrow \underline{\underline{Wp(2|0)}}$

(3)

$Wp \in y = x - 2 \Rightarrow 0 = 2 - 2$

$\underline{\underline{0 = 0}}$

5.2. geg.: $Wp(2|0)$ wird verschoben zu $Wp_h(3|2)$

ges.: Funktion h mit Wp_h

Lös.: $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$h'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$h''(x) = 6x + 2a$

Wp_h: $h(3) = 2 = 27 + 9a + 3b + c$

Wendepunkt $h''(3) = 0 = 18 + 2a$

Anstieg im Wendepunkt $h'(3) = -1 = 27 + 6a + b$

$f'(2) = -1$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} \text{I)} \quad & 9a + 3b + c = -25 \\ \text{II)} \quad & 6a + b = -28 \\ \text{III)} \quad & 2a = -18 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = -9$$

$$\Rightarrow -54 + b = -28$$
$$b = 26$$

(2)

$$\Rightarrow -81 + 78 + c = -25$$
$$c = -22$$

$$\Rightarrow h(x) = x^3 - 9x^2 + 26x - 22$$ ✓

oder: Verschiebung um 1 nach rechts und um 2 nach oben

$$\Rightarrow h(x) = (x-1)^3 - 6(x-1)^2 + 11(x-1) - 4$$