Lösungen Teil A - 2011/12 - Leistungskurs

(1)

1. 1. $f(x) = x^2 e^x \wedge f'(x) = 2x e^x + x^2 e^x$ 5. Punkt ✓

1. 2. $f(x) = \frac{x^2 - x}{x-1}$ hat bei $x = 1$ keinen Fkt.wert 2. Punkt ✓

1. 3. $a \cdot \int_{-2}^{2} \sin(x)\,dx$ ist punktsymmetrisch $\wedge$ $=0$ 3. Punkt ✓

1. 4. parallel zur xz-Koord.-ebene 3. Punkt ✓

1. 5. f muss eine Wendestelle besitzen 5. Punkt ✓

5

2. 1. geg.: $E: x + 2y - 2z = 2$;

$G_a: 3x + 4y + az = 1$; $a \in \mathbb{R}$

$P_b(1 / -2 / b)$; $b \in \mathbb{R}$

ges.: b so, dass $P_b \in E$ ist

Lös.: P_b in E einsetzen:

$1 + 2(-2) - 2(b) = 2 \wedge \underline{\underline{b = -2{,}5}}$ ✓

2. 2. ges.: Abstand P_b von G_0: $3x + 4y = 1$

Lös.: $d^*(P_b; G_0) = \left| \frac{a x_P + b_1 y_P + c z_P - d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right| = \left| \frac{3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) - 1}{\sqrt{9 + 16}} \right|$ ✓

$d^*(P_b, G_0) = \left| \frac{-6}{5} \right| = \underline{\underline{\frac{6}{5}\,LE}}$ ✓

4

2. 3. ges.: a so, dass $E \perp G_a$ ist

Lös.: $\vec{n}_E \circ \vec{n}_{G_a} = 0 \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ a \end{pmatrix} = 0 \wedge 3 + 8 - 2a = 0$

$\underline{\underline{a = 5{,}5}}$ ✓

3. geg.: $f_p(x) = x^2 - px - 2$

ges.: Ortskurve aller Extrempunkte von f_p

Lös.: $f_p'(x) = 2x - p$; notw. Bed.: $0 = 2x - p \wedge x_E = \frac{1}{2}p$ ✓

$\wedge y_E = \frac{1}{4}p^2 - \frac{1}{2}p^2 - 2$

$y_E = -\frac{1}{4}p^2 - 2$

$P_E\left(\frac{1}{2}p \,\middle|\, -\frac{1}{4}p^2 - 2\right)$ ✓

Ortskurve: $x = \frac{1}{2}p \wedge p = 2x$ ✓

$\wedge\ y = -\frac{1}{4}(2x)^2 - 2$

$\underline{\underline{g:\ y = -x^2 - 2}}$ ✓

4

4. geg.: A – Computerbesitzer

B – Fahrradbesitzer

$\overline{A \cup B}$ – weder Comp. noch Fahrrad

$P(A) = \frac{20}{32}$; $P(B) = \frac{14}{32}$; $P(\overline{A \cup B}) = \frac{4}{32}$ ✓ (2)

ges.: $P(A \cap B)$

Lös.: Additionssatz für Ereignisse, die vereinbar sind: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

NR: $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B})$

$= 1 - \frac{4}{32} = \frac{28}{32}$

$P(A \cap B) = \frac{20}{32} + \frac{14}{32} - \frac{28}{32} = \frac{6}{32} = \underline{\frac{3}{16}}$ ✓