S. 128

2 a) geg.: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$; $h: \vec{x} = \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$

Lösung: g und h in Normalform:

$g: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ $\quad h: y = \frac{4}{5}x - \frac{2}{5}$

$g \times h$ weil $m_1 \neq m_2$

Gleichsetzen: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{4}{5}x - \frac{2}{5} \quad | \cdot 2 | \cdot 5$

$5x - 5 = 8x - 4$

$-1 = 3x \Rightarrow \underline{x = -\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(-\frac{1}{3} / -\frac{2}{3})}}$

2 c) $S(3/-2/4)$

---

5 a) $g \parallel h$ $\quad$ b) g w h $\quad$ c) $g \times h$ in $S(2/1/3)$

d) $g \times h$ in $S(-5/-15/1)$

---

6 a) $h: \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-7\\3\\1\end{pmatrix}$; $h \times g: \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}7\\3\\1\end{pmatrix}$

in $P_0(1/0/0)$

$i: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}7\\3\\1\end{pmatrix}$; $i \parallel g$

$j: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} + u\begin{pmatrix}-7\\3\\1\end{pmatrix}$; j w g ; Probe sinnvoll!

Seite 129

9a) geg.: $g(A,B): \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$h(C,D): \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ges.: Lage beider Geraden

Lös.: 1) $\vec{a} = r\vec{b} \Rightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$ r ex. nicht

$g \times h$ oder

$g \,w\, h$

$$\left.\begin{array}{lrcl} 2)\ \mathrm{I} & 2 - 2t & = & 1 - s \\ \mathrm{II} & 2 + 2t & = & 4 - 3s \\ \mathrm{III} & 2t & = & 2s \end{array}\right\} \Rightarrow s = t \quad \mathrm{III}'$$

III' in II: $2 + 2s = 4 - 3s$

$5s = 2$

$s = \frac{2}{5} \Rightarrow t = \frac{2}{5}$

Probe mit I: $2 - 2 \cdot \frac{2}{5} = 1 - \frac{2}{5}$

$\frac{6}{5} \neq \frac{3}{5} \Rightarrow \underline{\underline{g \,w\, h}}$

---

10 a) $g \times h$; sichtbar: $\vec{a} \neq r\vec{b}$!

$$\left.\begin{array}{lrcl} 2)\ \mathrm{I} & -t - r & = & 2 + s \\ \mathrm{II} & 1 + 4r & = & 6 - s \\ \mathrm{III} & -2 + 2r & = & 4t - 2s \end{array}\right\}$$ LGS mit 3 Gl. und 3 Unbek. muss 1 Lös. haben

$$\Rightarrow \begin{array}{rcl} -t - r - s & = & 2 \\ 4r + s & = & 5 \\ -4t + 2r + 2s & = & 2 \end{array}$$

$\Rightarrow$ TR: $\underline{\underline{t = -1}}$; $r = 2$; $s = -3$ Schnitt falls $\underline{\underline{t = -1}}$

für $\underline{\underline{t \neq -1}}$ windschief geg.: g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

ges.: Lage zu allen Achsen

Lös.: Lage zur x-Achse: $\vec{x} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ r ex. nicht ⇒ g × x-A od. gw x A

2) $\left.\begin{matrix} 5 + t = x \\ -2 - 2t = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow t = -1 \rightarrow x = 4$
$5 + 5t = 0$

Probe: $5 + 5 \cdot (-1) = 0$
$0 = 0$ wahr

$\Rightarrow$ g × x-A in $P_x(4|0|0)$

Lage zur y-Achse: $\vec{x} = y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ r ex. nicht ⇒ × oder w

2) $\left.\begin{matrix} 5 + t = 0 \\ -2 - 2t = y \end{matrix}\right\}$ $t = -5$, $y = 8$
$5 + 5t = 0$

Probe: $5 + 5(-5) = 0$
$-20 \neq 0 \Rightarrow$ gw yA.

Lage zur z-Achse: $\vec{x} = z \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ r ex. nicht ⇒ × oder w

2) $5 + t = 0$
$\left.\begin{matrix} -2 - 2t = 0 \\ 5 + 5t = z \end{matrix}\right\} \Rightarrow t = -1 \Rightarrow z = 0$

Probe: $5 - 1 = 0$
$4 \neq 0 \Rightarrow$ gw zA

geg.: $\quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$

ges.: Lage zur x-Achse: $\vec{x} = x\vec{i}$

① $\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad r$ ex. nicht $\Rightarrow g \, w \, xA \vee g \times xA$

② $\begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ 0 &= 2 + 7t \quad \Rightarrow t_1 = -\tfrac{2}{7} \\ 0 &= 1 + 5t \quad\quad t_2 = -\tfrac{1}{5} \end{aligned} \quad ↯ \quad g \, w \, xA$$

Lage zur y-Achse: $\vec{x} = y\vec{j}$

① $\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad r$ ex. nicht $\Rightarrow g \, w \, yA \vee g \times yA$

② $\begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 0 &= 0 \\ y &= 2 + 7t \\ 0 &= 1 + 5t \quad \Rightarrow t = -\tfrac{1}{5} \end{aligned} \quad \Rightarrow y = \tfrac{3}{5} \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|\tfrac{3}{5}|0)}}$$

Lage zur z-Achse: $\vec{x} = z\vec{k}$

① $\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad r$ ex. nicht $\Rightarrow g \, w \, zA \vee g \times zA$

② $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} 0 &= 0 \\ 0 &= 2 + 7t \quad \Rightarrow t = -\tfrac{2}{7} \\ z &= 1 + 5t \end{aligned} \quad \Rightarrow z = -\tfrac{3}{7} \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_z(0|0|-\tfrac{3}{7})}}$$