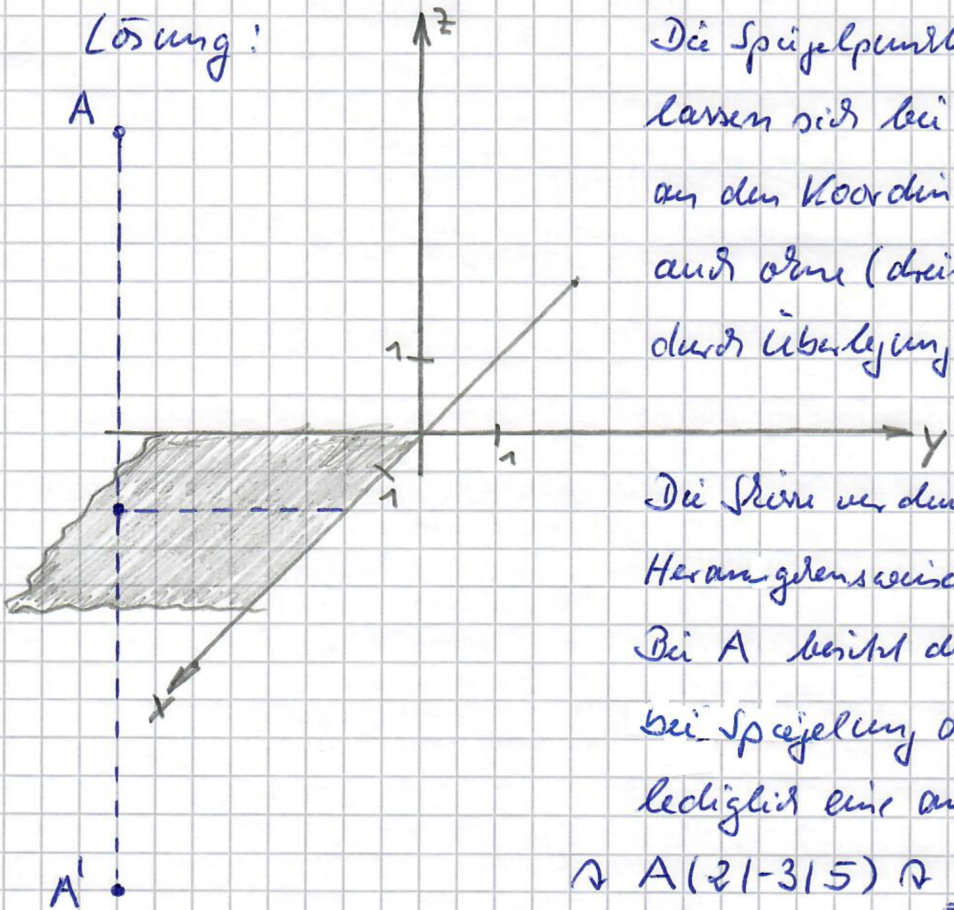
Lösungen S. 291

2) geg.: $A(2|-3|5)$; $B(0|3|6)$; $C(-1|0|0)$ in $\{O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$

ges.: A', B', C'

Lösung:



Die Spiegelpunkte A', B', C' lassen sich bei Spiegelung an den Koordinatenebenen auch ohne (dreischrittigen) Lösungsweg durch Überlegung finden.

Die Skizze verdeutlicht die Herangehensweise:
Bei A besitzt der Spiegelpunkt A' bei Spiegelung an der xy-Ebene lediglich eine andere z-Koordinate:

$\Rightarrow A(2|-3|5) \Rightarrow \underline{A'(2|-3|-5)}$

$\Rightarrow$ Die Spiegelpunkte lassen sich mit ein wenig Überlegung ablesen:

Ebene	$A(2\|-3\|5)$	$B(0\|3\|6)$	$C(-1\|0\|0)$	Änderung
xy	$A'(2\|-3\|-5)$	$B'(0\|3\|-6)$	$C'(-1\|0\|0)$	z
yz	$A'(-2\|-3\|5)$	$B'(0\|3\|6)$	$C'(1\|0\|0)$	x
xz	$A'(2\|3\|5)$	$B'(0\|-3\|6)$	$C'(-1\|0\|0)$	y

S. 291 | 5

geg.: g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

E: $-x + 3y - 2z = 2$

ges.: a) Schnittpunkt S; $g \times E$ in S

Lös.: ⇝ g in E einsetzen:

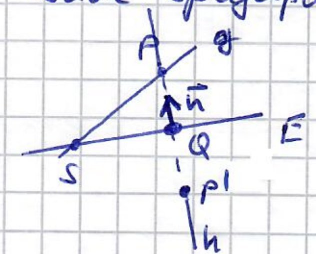
$$-(6+t) + 3(1+0t) - 2(8+3t) = 2$$
$$-6 - t + 3 - 16 - 6t = 2$$
$$-7t = 21$$
$$\underline{\underline{t = -3}}$$

⇝ t in g einsetzen ⇝ $\underline{\underline{S(3|1|-1)}}$

ges.: b) wähle $P(6|1|8)$ (≙ Stützpunkt von g)

Suche Spiegelpunkt P'

Lös.: 1)



Bestimme Gerade $h(P, \vec{a} = \vec{n})$

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

2) $h \times E$ in Q

⇝ h in E einsetzen:

$$-(6-s) + 3(1+3s) - 2(8-2s) = 2$$
$$-6 + s + 3 + 9s - 16 + 4s = 2$$
$$14s = 21$$
$$\underline{s = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} = 1{,}5}$$

⇝ s in h einsetzen ⇝ $Q(4{,}5 \,|\, 5{,}5 \,|\, 5)$

3) P' finden: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QP'}$ ⇝ $\begin{pmatrix} -1{,}5 \\ 4{,}5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{P'} - 4{,}5 \\ y_{P'} - 5{,}5 \\ z_{P'} - 5 \end{pmatrix}$

⇝ $\underline{\underline{P'(3|10|2)}}$ (Spiegelpunkt) ges.: c) Gleichung der Bild(Spiegel)-Geraden g'

Lös.: Die Spiegelgerade g' durchläuft die Punkte P' und S: P'(3|10|2) u. S(3|1|-1)

$$\curvearrowright g': \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \overrightarrow{OP'} + r\,\overrightarrow{P'S} \quad !$$