Lösungen

S. 260/2

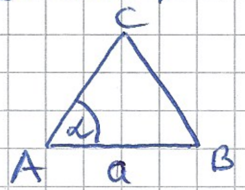
a) $\vec{a} \circ \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = -2+2-3 = \underline{\underline{-3}}$

b) $\vec{a} \circ \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 2+2-1 = \underline{\underline{3}}$

c) $\vec{a} \circ (\vec{b} - \vec{c}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{-6}}$

d) $(\vec{a} + \vec{b}) \circ (\vec{b} - \vec{c}) = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 4+4 = \underline{\underline{8}}$

S. 260/3



$\vec{AB} \circ \vec{AC} = \frac{1}{2} a^2$

$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos 60° = \frac{1}{2} a^2$

$\underline{\underline{a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} a^2}}$ w.z.z.w.

S. 261/8b

$\vec{a} \circ \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow 2 - y + 3 = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 5}}$

S. 261/10a

$\vec{n} \circ \vec{a} = 0 \land \vec{n} \circ \vec{b} = 0$

$\Leftrightarrow$ I) $x + 2y + 3z = 0$

II) $2x + 3z = 0$

$\Leftrightarrow 2x = -3z$ z ist Parameter

$\underline{\underline{x = -\frac{3}{2} z}} \Leftrightarrow \underline{\underline{y = -\frac{3}{4} z}}$

$\Leftrightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} z \\ -\frac{3}{4} z \\ z \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{n} = z \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{4} \\ 1 \end{pmatrix}$ bzw. $\underline{\underline{\vec{n} = z \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}}}$

S. 264 (1)

3) a) geg.: ΔABC

ges.: $A_\Delta = \frac{1}{2}|\vec{n}|$

Lös.: $A_\Delta = \frac{1}{2}|\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2}\left\| \begin{matrix} \vec{i} & -4 & 4 \\ \vec{j} & -2 & 0 \\ \vec{k} & 4 & -2 \end{matrix} \right\|$

$A_\Delta = \frac{1}{2}\left|\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{2}\left|\sqrt{16+64+64}\right| = \underline{\underline{6\ FE}}$

b) $\underline{\underline{A_\Delta = \sqrt{13}\ FE}}$

4) geg.: ▱ABCD

ges.: $A_P = |\vec{n}|$

Lös.: $A_P = |\vec{AB} \times \vec{AD}| = \left\| \begin{matrix} \vec{i} & -1 & -1 \\ \vec{j} & 0 & 1 \\ \vec{k} & 2 & 0 \end{matrix} \right\|$

$A_P = \left|\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{4+4+1} = \underline{\underline{3\ FE}}$

6) geg.: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/a \end{pmatrix}$; $\vec{b} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

ges.: A_P ist unabhängig von a

Lös.: $A_P = |\vec{a} \times \vec{b}| = \left\| \begin{matrix} \vec{i} & 0 & a \\ \vec{j} & 0 & 0 \\ \vec{k} & 1/a & 0 \end{matrix} \right\|$

$A_P = \left|\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1} = \underline{\underline{1\ FE}}$ unabh. a!

7) geg.: $\left|\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = 2\sqrt{2}$; $a \in R$

$\left\| \begin{matrix} \vec{i} & a & 1 \\ \vec{j} & 1 & 1 \\ \vec{k} & a & 1 \end{matrix} \right\| = 2\sqrt{2}$

$\left|\begin{pmatrix} 1-a \\ 0 \\ a-1 \end{pmatrix}\right| = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{(1-a)^2 + (a-1)^2} = 2\sqrt{2}$ $\quad ((1-a)^2 = (a-1)^2)$

$\sqrt{2(a-1)^2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{2} \cdot |a-1| = 2\sqrt{2}$

$\underline{\underline{a = 3}}$ $\quad$ $\underline{\underline{a = -1}}$