Lösungen Prüfungskomplex 13 – Mathe Leistungskurs 2012/13

Teil A

1.

1.1. Dritte Lösung $f(x) = \dfrac{3x^3 - 8x^4}{4x^2 - 4x^4}$

1.2. Erste Lösung $f(x) = 2xe^{-x^2}\sin(e^{-x^2} + 2)$

1.3. Vierte Lösung = 6 – e

1.4. Erste Lösung ist parallel zu E

1.5. Vierte Lösung $V_{12}^{2} = \dfrac{12!}{10!} = 132$

2.

2.1. Nachweis:

$$f_t{}'(x) = (1 - x - t)\cdot e^{t-x}$$

n.B.

$$0 = (1 - x - t)\cdot e^{t-x}$$

$$0 = 1 - x - t$$

$$\underline{\underline{x_E = 1 - t}}$$

$$f_t{}''(x) = (-2 + x + t)\cdot e^{t-x}$$

h.B.

$$f_t{}''(1-t) = (-2 + 1 - t + t)\cdot e^{t-1+t}$$

$$f_t{}''(1-t) = (-1)\cdot e^{2t-1} < 0 \qquad \forall t > 0 \qquad \rightarrow Maximum$$

$$f_t(1-t) = (1 - t + t)\cdot e^{t-1+t}$$

$$f_t(1-t) = (1)\cdot e^{2t-1}$$

$$\rightarrow P_H(1 - t \mid e^{2t-1})$$

2.2. Ortskurve (geometrischer Ort) bestimmen:

$$P_H(1 - t \mid e^{2t-1})$$

$$x = 1 - t \qquad \rightarrow t = 1 - x$$

$$y = e^{2t-1} \qquad \rightarrow y = e^{2(1-x)-1} \qquad \rightarrow \underline{\underline{y = e^{1-2x}}}$$

3.

3.1.

$$\vec{n} = \overrightarrow{AB} X \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & 2 & -3 \\ \vec{j} & -1 & 6 \\ \vec{k} & 2 & 6 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -18 \\ -18 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$bzw. \qquad gekürzt: \qquad \vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die halbfertige Ebenengleichung lautet: -2x - 2y + z = d

Z.B. Punkt A einsetzen: -2*(-3) – 2*2 + 4 = d = 6

Die fertige Ebenengleichung in Koordinatenform lautet: **<u>-2x – 2y + z = 6</u>**

3.2. Aufstellung der Geraden g(AB):

$$g(AB): \qquad \vec{x} = \overrightarrow{OA} + t\,\overrightarrow{AB} \qquad \rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Abstand d^*(C,g(AB)):

(1): Hilfsebene E senkrecht zu g durch den Punkt C aufstellen:

$$\left((\vec{x} - \vec{x}_c) \bullet \vec{n}\right) = 0$$

$$\left((\vec{x} - \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}) \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = 0$$

(2): Hilfsebene E schneidet g in F, dazu g in E einsetzen

$$\left((\begin{pmatrix} -3+2t \\ 2-t \\ 4+2t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}) \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = 0$$

Parameter t bestimmen und wieder in g einsetzen, um den Schnittpunkt F zu finden:

$$\left((\begin{pmatrix} 3+2t \\ -6-t \\ -6+2t \end{pmatrix}) \bullet \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) = 0$$

$$(3+2t)\cdot 2 + (-6-t)\cdot(-1) + (-6+2t)\cdot 2 = 0$$

$$6 + 4t + 6 + t - 12 + 4t = 0$$

$$9t = 0$$

$$\underline{t = 0} \qquad \rightarrow \underline{\underline{F(-3\,|\,2\,|\,4)}}$$

(3) Abstand FC ist der Abstand d^*(C,g(AB)), dazu den Betrag des Vektors $\overrightarrow{FC}$ ermitteln:

$$\left|\overrightarrow{FC}\right| = \sqrt{(-6-(-3))^2 + (8-2)^2 + (10-4)^2}$$

$$\left|\overrightarrow{FC}\right| = \sqrt{9+36+36}$$

$$\left|\overrightarrow{FC}\right| = \underline{\underline{9LE}}$$

4. Geg.: F – Fußballer mit P(F) = 0,6 und $P_F(G) = 0{,}75$
T – Turner mit P(T) = 0,4 und $P_T(G) = 0{,}5$
G – Schüler ist größer als 1,76m

Ges.: $P_G(F)$

Lös.: Satz von Bayes:

$$P_G(F) = \frac{P(F)\cdot P_F(G)}{P(F)\cdot P_F(G) + P(T)\cdot P_T(G)}$$

$$P_G(F) = \frac{0{,}6\cdot 0{,}75}{0{,}6\cdot 0{,}75 + 0{,}4\cdot 0{,}5} = \underline{\underline{0{,}6923}}$$