S. 217/3

a) $\int_1^4 x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^4 = 8 - \frac{1}{2} = \underline{\underline{7{,}5}}$

b) $\int_{-2}^4 x^3\,dx = \left[\frac{1}{4}x^4\right]_{-2}^4 = 4^3 - 4 = \underline{\underline{60}}$

c) $\int_{0{,}5}^2 \frac{1}{x^2}\,dx = \int_{0{,}5}^2 x^{-2}\,dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_{0{,}5}^2 = -\frac{1}{2} + 2 = \underline{\underline{1{,}5}}$

d) $\int_2^4 -x^{-3}\,dx = \left[\frac{1}{2x^2}\right]_2^4 = \frac{1}{32} - \frac{1}{8} = \underline{\underline{-\frac{3}{32}}}$

e) $\int_{-2}^{-10} x^2\,dx = -\int_{-10}^{-2} x^2\,dx = -\left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-10}^{-2} = -\left(-\frac{8}{3} + \frac{1000}{3}\right) = \underline{\underline{-\frac{992}{3}}}$

f) $\int_{-8}^{-4} 1 - 3x^2\,dx = \left[x - x^3\right]_{-8}^{-4} = (-4 + 64) - (-8 + 8^3) = \underline{\underline{-444}}$

g) $\int_{-2}^0 (2+x)^2\,dx = \int_{-2}^0 4 + 4x + x^2\,dx = \left[4x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3\right]_{-2}^0$

$= 0 - \left(-8 + 8 - \frac{8}{3}\right) = \underline{\underline{\frac{8}{3}}}$

S. 201/12

a) geg.: $f(x) = x^3 \rightarrow F(x) = \frac{1}{4}x^4 + c$

ges.: orthogonale Tangenten in den Nullstellen

Welche Stammfkt. ist das?

Lös.: <u>Nst</u>: $0 = \frac{1}{4}x^4 + c \Rightarrow \underline{\underline{x_0 = \pm\sqrt[4]{-4c}}}, \; c \in \mathbb{R}_0^-$

<u>Anstiege der Tangenten in den Nst.:</u>

$$m_{1,2} = F'(x_0) = f(x_0) = \left(\pm\sqrt[4]{-4c}\right)^3 = \underline{\underline{\pm\sqrt[4]{(-4c)^3}}}$$

<u>orthogonale Lage:</u>

$$m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

$$-\sqrt[4]{(-4c)^3} = -\frac{1}{\sqrt[4]{(-4c)^3}} \quad \Big| \cdot \sqrt[4]{\ldots} \quad \Big| \cdot (-1)$$

$$\sqrt{(-4c)^3} = 1 \quad \Big| \, ()^2$$

$$(-4c)^3 = 1$$

$$c^3 = -\frac{1}{64} \quad \Big| \sqrt[3]{\ldots}$$

$$\underline{\underline{c = -\frac{1}{4}}} \Rightarrow \underline{\underline{F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}}}$$

---

b) geg.: $f(x) = 1 - 3x \Rightarrow F(x) = x - \frac{3}{2}x^2 + c$

ges.: Für welches c werden die Fkt.werte von F alle < 0?

Lös.: Scheitelpunkt der nach unten geöffneten Parabel $F(x) = x - \frac{3}{2}x^2$ liegt bei $\underline{\underline{S\left(\frac{1}{3} \middle| \frac{1}{6}\right)}}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F(x) = x - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{6}}}$$

S. 201/13

a) geg.: $f(x) = x^2 - x \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + c$

ges.: F hat bei $x_0 = -2$ den Fkt.-wert 10

Lös.: $F(x_0) = 10 = \frac{1}{3}(-2)^3 - \frac{1}{2}(-2)^2 + c$

$\Rightarrow \underline{\underline{c = \frac{44}{3}}}$

$F'(-2) = f(-2) = (-2)^2 - (-2) \underline{\underline{= 6}}$

---

b) ges.: G(x) hat einen Wendepunkt $(x_w | 2)$

Lös.: $G(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + c$

$G'(x) = x^2 - x$

$G''(x) = 2x - 1$

<u>nB</u>: $0 = 2x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{x_w = \frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow G(x_w) = 2 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + c$

$\Rightarrow \underline{\underline{c = \frac{25}{12}}}$

S. 201/14

linkes Bild: roter Graph: $f(x)$ – lin. Fkt. $y = \frac{1}{2}x + 1$

blauer Graph: $F(x)$ – quadr. Fkt. $y = \frac{1}{4}x^2 + x + 0$

rechtes Bild: roter Graph: $f(x) = -\frac{1}{x^2}$

blauer Graph: $F(x) = \frac{1}{x} + 0$