

Fehler Nr. 2:

Treten Wurzeln in Gleichungen auf, können diese durch die nichtäquivalente Umformung „Quadrieren“ gelöst werden. Dabei kommt es zu häufigen Schussfehlern. Das nachfolgende Beispiel zeigt einen solchen Fall:

Die folgende Gleichung soll gelöst werden:

$$\begin{array}{l} 0 = \sqrt{2x} - x\sqrt{x+1} \\ 0 = 2x - x^2(x+1) \end{array} \quad \begin{array}{l} | \text{1. Fehler: hier wird schon quadriert} \\ | \text{Jeden Summand einzeln quadriert! Total falsch!} \end{array}$$

Richtiger wäre:

$$\begin{array}{l} 0 = \sqrt{2x} - x\sqrt{x+1} \\ 0 = (\sqrt{2x} - x\sqrt{x+1})^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \text{Gl}^2 \\ | \text{Wäre so erst mal richtig, macht aber keinen Sinn,} \\ | \text{wir erhalten ein Binom, nach der Berechnung bleibt nach dem} \\ | \text{Gesetz der Binomischen Formel die Wurzel im mittleren} \\ | \text{Summanden erhalten} \end{array}$$

Richtig wäre nur:

$$\begin{array}{l} 0 = \sqrt{2x} - x\sqrt{x+1} \\ \sqrt{2x} = x\sqrt{x+1} \\ 2x = x^2(x+1) \\ 0 = x^3 + x^2 - 2x \\ 0 = x(x^2 + x - 2) \\ x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} | \text{Wurzeln allein auf eine Seite schreiben und dann Quadrieren} \\ | \text{Gl}^2 \\ | \text{Umformen in Normalform} \\ | \text{x ausklammern} \\ | \text{Lösen} \end{array}$$

Und jetzt tritt der nächste Fehler auf: Man vergisst die Probe. Mit dem Quadrieren erfolgt eine nichtäquivalente Umformung, das heißt, nach dem Quadrieren hat sich die Lösungsmenge der Gleichung verändert. Nur durch eine Probe können wir jetzt falsche Lösungen ausschließen:

Probe mit x_1 :

$$\begin{array}{l} 0 = \sqrt{2 \cdot 0} - 0\sqrt{0+1} \\ 0 = 0 \dots x_1 \text{ ist Lösung} \end{array}$$

Probe mit x_2 :

$$\begin{array}{l} 0 = \sqrt{2 \cdot 1} - 1\sqrt{1+1} \\ 0 = 0 \dots x_2 \text{ ist Lösung} \end{array}$$

Probe mit x_3 :

$$\begin{array}{l} 0 = \sqrt{2 \cdot (-2)} + 2\sqrt{(-2)+1} \\ 0 = \sqrt{-4} + 2\sqrt{-1} \dots x_3 \text{ kann keine Lösung sein} \end{array}$$